

تکلیف شماره ۸: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

۱- میله ای به طول $2m$ را در نظر بگیرید که ابتدای آن دارای دمای 100 درجه سانتیگراد و انتهای آن دارای دمای 0 درجه سانتیگراد می باشد. اگر توزیع اولیه دما در طول میله بگونه ای باشد که میله دارای دمای یکنواخت 50 باشد، تابع دمای میله را در زمانهای بعد بدست آورید. ($C^2 = 1$)

۲- معادله انتشار گرما برای میله ای که دمای دو سر آن صفر درجه می باشد به صورت $u_t = u_{xx}$ $0 \leq x \leq 1$ می باشد.

الف) اگر تابع توزیع اولیه دما به صورت $f(x) = -\frac{1}{2}\sin 3\pi x + \frac{3}{2}\sin \pi x$ باشد آنگاه $u(x, t)$ را بدست آورید.

ب) در زمان $t = \frac{1}{\pi^2}$ دمای وسط میله چقدر است؟

۳- معادله موج زیر را حل کنید.

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad 0 < x < 1; \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \sin 5\pi x + 2 \sin 7\pi x$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

۴- معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$2 \frac{\partial z}{\partial x} + 3 \frac{\partial z}{\partial y} = 2x$$

$$z(0, y) = \sqrt{y}$$

۵- معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

$$z(x, 2) = x - 1$$